



الف A

کنکور

۱۳۳

A



تطابق آزمون های ماز با کنکور ۱۴۰۰

ریاضی - رشته ریاضی

32%

نیاز به هیچ گونه سواد نیست؛ سوال ماز که دقیقاً با ادرس ذکر شده در آزمون های ماز بوده رو بخون
بعدش سوال کنکور رو خودت حل کن :

آزمون ۱۶ دوپینگ سوال ۵۳

در یک مربع لاتین از مرتبه ۳ درایه‌های سطر اول به صورت

۱	۲	۳
---	---	---

 است و درایه واقع بر سطر دوم ستون اول ۲ می‌باشد در این مربع درایه واقع بر سطر سوم ستون سوم کدام است؟

- (۱) فقط ۱ (۲) فقط ۲ (۳) ۱ یا ۲ (۴) ۱ یا ۳

پاسخ: گزینه ۲

تعریف: یک جدول مربعی $n \times n$ را که سطرها و ستون‌های آن با اعداد ۱، ۲، ... و n پر شده باشد و در هیچ سطر آن و نیز در هیچ ستون آن عدد تکراری وجود نداشته باشد، مربع لاتین می‌نامیم. به هر کدام از اعداد درون مربع لاتین یک درایه می‌گوییم.

۱	۲	۳
۲		

با توجه به داده‌های سؤال، مربع لاتین به صورت مقابل است. در سطر دوم، درایه ستون دوم باید ۳ باشد. (چون درایه ستون سوم سطر دوم نمی‌تواند ۳ باشد). در نتیجه درایه واقع در سطر دوم ستون سوم ۱ است. پس در ستون سوم، درایه سطر اول و دوم ۳ و ۱ است یعنی درایه واقع در سطر سوم ستون سوم فقط می‌تواند ۲ باشد.

پیدا کردن میوهول در مربع لاتین.... ماز و کنکور تو این مورد هم، هم نظر بودن.

(سوال ۱۳۹ کنکور)

	a	۳		
	۳	۱	۴	
	۲	۵	۱	۳
	۱	۴	۲	
b				

مربع لاتین زیر را در نظر بگیرید، زوج مرتب (a, b) کدام است؟
(سراسری ۱۴۰۰)

- (۱) $(۵, ۳)$ (۲) $(۱, ۴)$
(۳) $(۲, ۱)$ (۴) $(۴, ۱)$

آزمون ۱۹ دوپینگ سوال ۵۰

از گراف K حداکثر چند یال می‌توان برداشت که همبند باقی بماند؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۱۰ (۳) ۶ (۴) ۵

پاسخ: گزینه ۲

نکته: هر گراف P رأسی برای این که همبند باشد، باید حداقل $1-P$ یال داشته باشد. گراف K دارای $\frac{۶ \times ۵}{۲} = ۱۵$ یال است. یک گراف ۶ رأسی برای این که همبند باشد، باید لااقل ۵ یال داشته باشد، پس می‌توان حداکثر $۱۵ - ۵ = ۱۰$ یال آن را حذف کرد و باز هم همبند بماند.

مراقب تعداد یال‌ها برای همبند بودن گراف...



کوچکترین اندازه گراف ساده همبند از مرتبه ۷ که بزرگترین درجه رئوس آن ۳ باشد، کدام است؟

(سوال ۱۳۸ کنکور سراسری ۱۴۰۰)

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

آزمون ۱۹ دوپینگ سوال ۲۹ و آزمون ۲۰ دوپینگ سوال ۳۱

در ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ مجموع درایه‌های ستون سوم ماتریس $A^{20} + A^2$ کدام است؟

-۱۱۰ (۴)

-۱۱۲ (۳)

-۱۰۸ (۲)

-۱۰۹ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & -6 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & -6 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -6 \\ 0 & 1 & -9 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

می‌توان اثبات کرد که $A^n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2n \\ 0 & 1 & -3n \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ پس:

$$A^{20} + A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -40 \\ 0 & 1 & -60 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & -6 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -44 \\ 0 & 2 & -66 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های ستون سوم برابر ۱۰۸- است.



اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ باشد، درایه‌های ستون اول ماتریس A^3 کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (۳)$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (۲)$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (۱)$$

✚ پاسخ: گزینه ۱

ابتدا A^2 و سپس A^3 را حساب می‌کنیم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \square & \square \\ 0 & \square & \square \\ 0 & \square & \square \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A \times A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \square & \square \\ 0 & \square & \square \\ 0 & \square & \square \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

اونایی که ماز امتحان دادن، ضرب ماتریس‌های ۳ در ۳ رو در تست‌های ماز دیرن که بسیار سر جلسه کمک کننده بوده!

فرض کنید $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 8 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \\ 6 & 9 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ مجموع درایه‌های سطر سوم ماتریس A کدام است؟

(سوال ۱۴۳۳ کنکور سراسری ۱۴۰۰)

۵ (۲)

۳ (۱)

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)



آزمون ۵ دوپینگ سوال ۱۳ و ۱۷

تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ در کدام بازه نزولی و جهت تقعر آن رو به بالاست؟ $(-\infty, 0)$ (۴) $(1, 2)$ (۳) $(0, 1)$ (۲) $(2, \infty)$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

باید مشتق اول منفی باشد تا تابع نزولی باشد و مشتق دوم باید مثبت باشد تا جهت تقعر رو به بالا باشد.

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x = 0, x = 2$$

$$f''(x) = 6x - 6 = 0 \Rightarrow x = 1$$

x	0	1	2
f'	+	-	+
f''	-	+	+
		ج	

دقت کنید:

تابع صعودی \Leftrightarrow مشتق نامنفی

$$f' \geq 0 \quad f \nearrow$$

تابع نزولی \Leftrightarrow مشتق ناممثبت

$$f' \leq 0 \quad f \searrow$$

جهت تقعر تابع رو به بالا (یعنی نمودار f به شکل \cup یا \cap است) \Leftrightarrow مشتق دوم نامنفی \Leftrightarrow مشتق صعودی

$$f'' \geq 0 \quad f' \square$$

جهت تقعر تابع رو به پایین (یعنی نمودار f به شکل \cap یا \cup است) \Leftrightarrow مشتق دوم ناممثبت \Leftrightarrow مشتق نزولی

$$f'' < 0 \quad f' \square$$

در حالت کلی اگر نمودار تابع f به صورت‌های زیر باشد علامت f' و f'' را می‌توان به صورت زیر مشخص کرد.
نمودار f:

$$f' > 0 \\ f'' < 0$$



$$f' > 0 \\ f'' > 0$$



$$f' < 0 \\ f'' > 0$$



$$f' < 0 \\ f'' < 0$$

اگر تابع $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 - 2x}$ در بازه (a, ∞) نزولی باشد، کمترین مقدار a کدام است؟

(۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۱

پاسخ: گزینه ۳

روش اول:

باید مشتق تابع f را بگیریم و ببینیم در چه بازه‌ای منفی است. برای مشتق گرفتن از f دو راه داریم راه اول استفاده از مشتق تقسیم

$$\left(\frac{u}{w}\right)' = \frac{u'w - w'u}{w^2}$$

$$f'(x) = \frac{(2x-2)(x^2-2x) - (2x-2)(x^2-2x+3)}{(x^2-2x)^2} \Rightarrow f'(x) = -\frac{6x+6}{(x^2-2x)^2}$$

روش دوم: از مشتق ترکیب استفاده کنیم.

$$\left(\frac{au+b}{cu+d}\right)' = \frac{(ad-bc)}{(cu+d)^2} u'$$

$$f'(x) = \frac{-3}{(x^2-2x)^2} (2x-2) = 0 \Rightarrow x=1$$

x	0	1	2
f'	+	+	-
f	↗	↗	↘

بنابراین کمترین مقدار a عدد ۲ بوده است:

اگر $a=1$ را انتخاب کنیم تابع در بازه $(1, \infty)$ غیریکنواست. (تابع در $x=2$ ناپیوسته است و در هر بازه‌ای که شامل صفر و ۲ باشد غیریکنواست).

البته با کمی دقت نیازی به مشتق گرفتن هم نیست، تابع در بازه‌ای که مجانب قائم و اکسترم آن در آن نباشد یکنواست با توجه به این که $x=0$ و $x=2$ مجانب‌های قائم هستند باید بازه $(2, \infty)$ را انتخاب کنیم، زیرا در صورت انتخاب سایر گزینه‌ها عدد ۲ در بازه هست.

$$2 \in (-1, \infty), 2 \in (1, \infty), 2 \in (0, \infty)$$

در حل دو سوال زیر، باید بازه‌های را مشخص کنیم که اولاً مشتق در آنها موجود باشد، ثانیاً در سوال اول نامنفی و در سوال دوم نامثبت باشد. این ایرده در حل سوال‌های فوق آمده است که احتمالاً سر جلسه، بسیار راه را برای مازیما هموارتر کرده است.

(سوال ۱۲۲ کنکور سراسری)

کدام عبارت، برای تابع $f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{3}{2\sqrt[3]{x^2-1}}$ ، درست است؟

(۱۴۰۰)

(۱) تابع f در بازه $(0,1) \cup (1, +\infty)$ صعودی است.

(۲) تابع f در بازه‌های $(0,1)$ و $(1, +\infty)$ صعودی است.

(۳) تابع f در بازه $(1, +\infty)$ صعودی و در بازه $(0,1)$ نزولی است.

(۴) تابع f در بازه $(1, +\infty)$ نزولی و در بازه $(0,1)$ صعودی است.



بازه‌هایی که تابع $f(x) = \frac{x^4}{x^3 - 8}$ در آنها اکیدا نزولی است را در نظر بگیرید. مینیمم طول این بازه‌ها، کدام است؟

(سوال ۱۳۳ کنکور سراسری ۱۴۰۰)

۲ (۱) $\sqrt[3]{4} - 1$ (۲) $2\sqrt[3]{4}$ (۳) $2(\sqrt[3]{4} - 1)$ (۴)

آزمون ۴ دوپینگ سوال ۲ و آزمون ۲ دوپینگ سوال ۲

تابع $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{mx^2 + 4x + 4}$ با فرض $m \neq 0$ ، فقط دو مجانب دارد، جمع مقادیر ممکن برای m کدام است؟

-۱۲ (۱) -1.0 (۲) -9 (۳) -8 (۴)

➤ پاسخ: گزینه ۲

برای حالات مختلف m بحث را آغاز می‌کنیم.

$$\Delta = 0 \Rightarrow 16 - 16m = 0 \Rightarrow m = 1 \Rightarrow f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{(x+2)^2}$$

در این حالت $x = -2$ مجانب قائم و $y = 1$ مجانب افقی است، پس $m = 1$ قابل قبول است.

$$f(x) = \frac{(x-1)(x-2)}{mx^2 + 4x + 4}$$

اگر $x = 1$ ریشه مخرج باشد، آنگاه:

$$m + 8 = 0 \Rightarrow m = -8 \Rightarrow f(x) = \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(-8x-4)}$$

در این حالت یک مجانب افقی $y = -\frac{1}{8}$ و یک مجانب قائم $x = -\frac{1}{4}$ دارد، به همین ترتیب وقتی $x = 2$ ریشه مخرج باشد:

$$4m + 12 = 0 \Rightarrow m = -3$$

پس $m = 1$ ، $m = -8$ و $m = -3$ قابل قبول هستند، پس جمع آنها -10 است.

اگر $x - 2$ یک عامل عبارت $x^3 + 2x^2 + ax - 6$ باشد، مجموع دو عامل دیگر آن کدام است؟

$2x - 2$ (۱) $2x + 2$ (۲) $2x + 4$ (۳) $2x - 4$ (۴)

➤ پاسخ: گزینه ۳

چون $x - 2$ یکی از عوامل چندجمله‌ای داده شده است، پس مقدار چندجمله‌ای به‌ازای $x = 2$ برابر صفر است.

$$x^3 + 2x^2 + ax - 6 = 0 \xrightarrow{x=2} 8 + 8 + 2a - 6 = 0 \Rightarrow a = -5$$

حال عبارت مفروض را بر $x - 2$ تقسیم می‌کنیم تا عامل‌های دیگر به‌دست آید.

$$x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = (x-2)(x^2 + 4x + 3) = (x-2)(x+1)(x+3)$$

دو عامل دیگر، $x + 1$ و $x + 3$ هستند که مجموع آنها $2x + 4$ است.

در حل دو سوال فوق، وجود ریشه مضاعف در مخرج و ساده شدن مخرج با صورت جهت کاهش تکرار مبانی‌های قائم و همپنین تجزیه معادله درجه ۳ با وجود داشتن یک ریشه‌ی آن بررسی گردیده‌اند که قطعا در حل تست زیر مسیر را برای مازیا هموار کرده است.



تابع $f(x) = \frac{ax^3 - bx^2 + 2}{ax^3 - bx + 2}$ ، در دو نقطه ناپیوسته و فقط دو مجانب موازی با محورهای مختصات دارد. مقدار a و b ، کدام‌اند؟
(سوال ۱۱۸ کنکور سراسری ۱۴۰۰)

$$a = 0, b = 2 \quad (۱)$$

$$a = 8, b = 10 \quad (۲)$$

$$a = -2, b = 0 \quad (۳)$$

$$a = -8, b = -6 \quad (۴)$$

آزمون ۱۹ دوپینگ سوال ۲۶

یک دوزنقه متساوی الساقین بر دایره‌ای به شعاع $\sqrt{2}$ محیط است. اگر قاعده بزرگتر ۲ واحد بیشتر از قاعده کوچکتر باشد، مساحت دوزنقه کدام است؟

$$۴ \quad (۴)$$

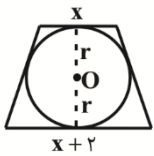
$$۶\sqrt{2} \quad (۳)$$

$$۵ \quad (۲)$$

$$۷\sqrt{2} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۳

در دوزنقه متساوی الساقین محیطی، قطر دایره واسطه هندسی قاعده‌هاست.



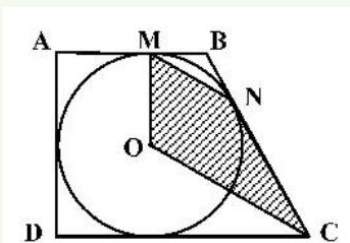
$$(2r)^2 = x(x+2) \Rightarrow 8 = x^2 + 2x \Rightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+4) = 0 \xrightarrow{x>0} x = 2$$

$$S = \frac{1}{2}(x+x+2) \times 2r = r(2x+2) = r(4+2) = 6r = 6 \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

بررسی ایده دوزنقه محیطی دایره را در هر دو سوال به وضوح قابل رویت می‌باشد..

مطابق شکل زیر دوزنقه قائم الزاویه $ABCD$ بر دایره‌ای به شعاع ۳، محیط شده است. اگر زاویه $\widehat{MBN} = 120^\circ$ باشد، مساحت چهارضلعی $OMNC$ ، کدام است؟

(سوال ۱۵۳ کنکور سراسری ۱۴۰۰)



$$\frac{9\sqrt{3}}{2} \quad (۲)$$

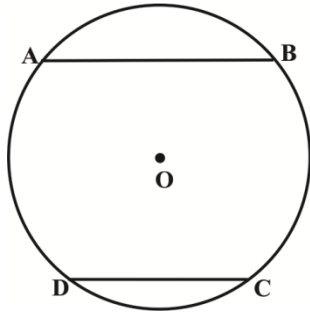
$$\frac{27\sqrt{3}}{4} \quad (۱)$$

$$\frac{27\sqrt{3}}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{27\sqrt{3}}{2} \quad (۳)$$

آزمون ۱۷ دوپینگ سوال ۲۴

در دایره $C(O, 1)$ ، اگر $DC = 60^\circ$ باشد، امتداد وترهای AD و BC با چه زاویه‌ای یکدیگر را قطع می‌کنند؟



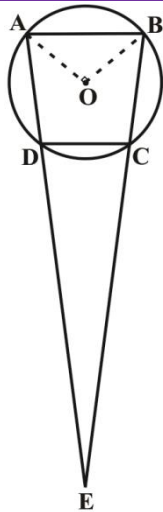
(۱) 12°

(۲) 15°

(۳) 10°

(۴) 20°

پاسخ: گزینه ۲



چون $DC = 60^\circ$ است، پس $DC = R = 1$ خواهد بود از طرفی:

$$\frac{AB}{DC} = \sqrt{2} \Rightarrow AB = \sqrt{2}$$

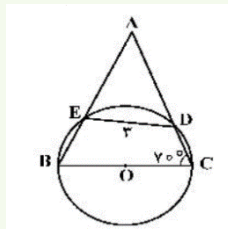
$AB = \sqrt{2}$ است پس $\hat{AOB} = 90^\circ$ است و از آنجا نتیجه می‌شود که: $AB = 90^\circ$

$$\hat{E} = \frac{|AB - DC|}{2} = \frac{90^\circ - 60^\circ}{2} = 15^\circ$$

هر دو سوال چهارضلعی مفاد در دایره بررسی شده است...

در شکل زیر شعاع دایره ۳ واحد است. اندازه کمان EDC به درجه، کدام است؟

(سوال ۱۵۱ کنکور سراسری ۱۴۰۰)



(۲) ۹۰

(۱) ۸۰

(۴) ۱۲۰

(۳) ۱۰۰

آزمون تعیین سطح دوپینگ سوال ۱۷

اگر $y = \sin^2 x + \cos 2x$ باشد، مقدار $y''(\frac{\pi}{16})$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{2} + \sqrt{2}$ (۲) $-\sqrt{2} + \sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{2} - \sqrt{2}$ (۴) $-\sqrt{2} - \sqrt{2}$

پاسخ: گزینه ۲

می‌دانیم که $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$

$$y' = 2 \sin x \cos x - 2 \sin 2x = \sin 2x - 2 \sin 2x = -\sin 2x \Rightarrow y'' = -2 \cos 2x \Rightarrow y''(\frac{\pi}{16}) = -2 \cos \frac{\pi}{8}$$

به کمک فرمول طلایی $\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$ داریم:

$$-2 \cos \frac{\pi}{8} = -2 \sqrt{\frac{1 + \cos \frac{\pi}{4}}{2}} = -2 \sqrt{\frac{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}{2}} = -\sqrt{2 + \sqrt{2}}$$

هر دو سوال مربوط به مشتق دو تابع مثلثاتی می‌باشند... دومین هر دو سوال ۱۲۰ کنکور همون مشتق دو تابع می‌باشد.

فرض کنید $f(x) = \cos^3(2x) + ax^2 + b$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x} = 0$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f'(x)}{x} = 2$ ، مقدار $a+b$ کدام است؟

(سوال ۱۲۰ کنکور سراسری ۱۴۰۰)

(۲) ۶

(۱) ۸

(۴) -۸

(۳) ۴

آزمون ۵ دوپینگ سوال ۴۶

بزرگترین عدد طبیعی که باقی‌مانده تقسیم آن بر ۳۶۰ از مربع خارج قسمت آن ۲ واحد کم‌تر باشد، بر کدام عدد بخش‌پذیر است؟

(۴) ۱۱

(۳) ۱۲

(۲) ۱۷

(۱) ۲۳

پاسخ: گزینه ۱

اگر خارج قسمت را q فرض کنیم، باقی‌مانده $q^2 - 2$ است و تقسیم به صورت مقابل می‌شود:

$$a = 360 \cdot q + q^2 - 2 \quad \cdot < q^2 - 2 < 360$$

هرچه q بزرگ‌تر باشد، a بزرگ‌تر می‌شود، پس:

$$q^2 - 2 < 360 \rightarrow q^2 < 362 \rightarrow q_{\max} = 19$$

$$a_{\max} = 360 \times 19 + 19^2 - 2 = 7199$$

این عدد را به گزینه‌ها تقسیم می‌کنیم بر ۲۳ بخش‌پذیر است.



در مسائل تقسیم، دارنه یک رابطه بین باقیمانده و خارج قسمت، مثل سوالی که تو ماز داریم؛ تو کنکور اومد. کسانی که سوال بالا را در ماز حل کرده‌اند، این سوال کنکور برایشون سفت نبوده.

اگر خارج قسمت تقسیم عدد طبیعی $a > 9$ بر ۱۱، ۳ واحد بیشتر از باقیمانده آن باشد، احتمال اینکه عدد $a - 9$ بر ۲۴ بخش پذیر باشد، کدام است؟

(سوال ۱۳۲۴ کنکور سراسری ۱۴۰۰)

$$\frac{13}{22} \quad (1) \quad \frac{6}{11} \quad (2) \quad \frac{1}{2} \quad (3) \quad \frac{5}{11} \quad (4)$$

آزمون ۱۶ دوپینگ سوال ۲۰

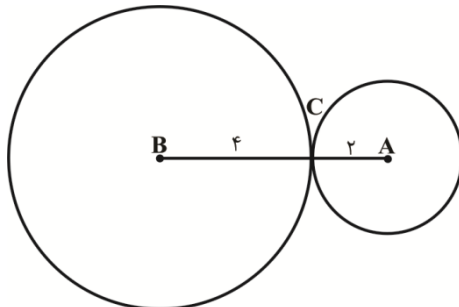
دو نقطه A و B به فاصله ۶ از هم قرار دارند، اگر فقط یک نقطه وجود داشته باشد که از نقطه A به فاصله ۲ و از نقطه B به فاصله $2x + 1$ باشد، مجموع مقادیر x کدام است؟

$$6 \quad (1) \quad 4 \quad (2) \quad 5 \quad (3) \quad 5/5 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۳

دو حالت برای این سوال رخ می‌دهد:

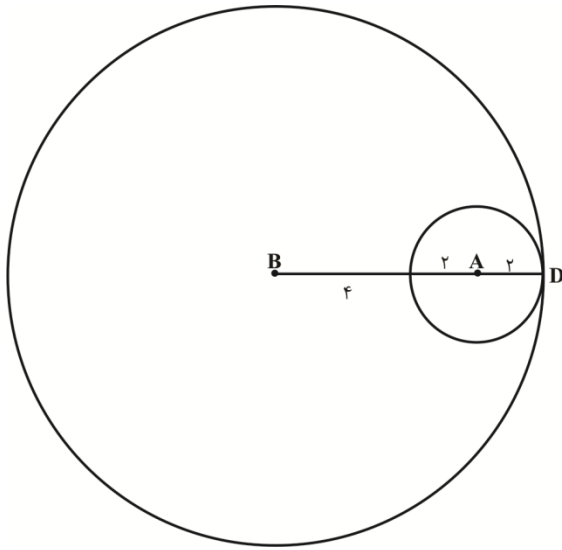
حالت اول: دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۲ با دایره‌ای به مرکز B و شعاع ۴ با هم مماس بیرون باشند. در این حالت نقطه C جواب سوال است.



$$2x + 1 = 4 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

حالت دوم: دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۲ با دایره‌ای به مرکز B و شعاع ۸ با هم مماس درون باشند در این حالت نقطه D جواب سوال است.





$$2x + 1 = 8 \Rightarrow x = \frac{7}{2}$$

مجموع مقادیر بدست آمده برابر ۵ خواهد بود.

هر دو سوال در مورد دو دایره مماس هست که اونایی که ماز بودن هتما کیفیتشون برتون سر جلسه!

فرض کنید طول خط‌المركزین دو دایره با شعاع‌های $a-1$ و a^2-2 برابر ۶ واحد باشد. اگر دو دایره فقط یک مماس مشترک داشته باشند، میانگین مقادیر ممکن برای a ، کدام است؟

(سوال ۱۵۵ کنکور سراسری ۱۴۰۰)

$$\frac{13}{3} \quad (2)$$

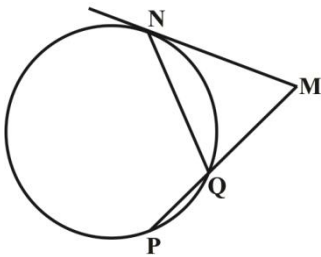
۳ (۱)

$$7 \quad (4)$$

۶ (۳)

آزمون ۲۰ دوپینگ سوال ۲۴

در دایره زیر، MN در N بر دایره مماس است. اگر $NQ = MN$ باشد با شرط $2PQ = MQ = 4$ ، اندازه NP چقدر است؟



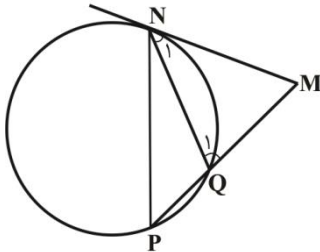
۵ (۱)

۸ (۲)

۶ (۳)

۵/۵ (۴)

از P به N وصل می‌کنیم:



$$NQ = MN \Rightarrow \hat{Q}_1 = \hat{M}$$

زاویه P محاطی روبرو به کمان NQ و زاویه \hat{N}_1 ظلی روبرو به کمان NQ است، پس $\hat{N}_1 = \hat{P}$ خواهد بود.

در دو مثلث MNQ و NPM داریم:

$$\hat{M} + \hat{Q}_1 + \hat{N}_1 = \hat{N} + \hat{P} + \hat{M} \xrightarrow[\hat{N}_1 = \hat{P}]{\hat{Q}_1 = \hat{M}} \hat{N} = \hat{M}$$

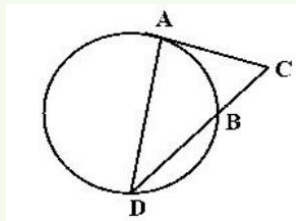
در نتیجه $\hat{N} = \hat{M}$ و مثلث PMN متساوی الساقین خواهد بود.

$$NP = MP = PQ + QM = 2 + 4 = 6$$

ایره مماس و قاطع در دایره را در هر دو تست شاهد هستیم که می‌توانسته سر جلسه زمان زیادی را برای ما زیا ذخیره کنه!

در شکل زیر پاره خط AC بر دایره مماس است. اگر $\frac{AC}{BC} = \sqrt{3}$ آنگاه نسبت $\frac{DB}{BC}$ کدام است؟

(سوال ۱۵۲ کنکور سراسری ۱۴۰۰)



(۱) $\sqrt{2}$

(۲) $\sqrt{3}$

(۳) ۲

(۴) ۳

آزمون ۱۲ دوپینگ سوال ۱۰

اگر $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x - 3}$ و $g(x) = \log_7(x^2 + 2x)$ دامنهٔ تعریف تابع $f \circ g$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۴ بی‌شمار (۴)

پاسخ: گزینه ۳

نکته ۱:

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g, g(x) \in D_f\}$$

نکته ۲:

$$y = \log_\alpha h(x) \Rightarrow h(x) > 0$$

برای یافتن دامنه تابع $f \circ g$ لزومی ندارد $f \circ g$ را تشکیل دهیم. ابتدا D_g را به دست می‌آوریم.

$$D_g: x^2 + 2x > 0 \Rightarrow x > 0 \text{ یا } x < -2$$

پس دامنه تابع f را می‌یابیم.

$$-x^2 + 4x - 3 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 \leq 0 \Rightarrow 1 \leq x \leq 3 \Rightarrow D_f = [1, 3]$$

حال با توجه به آن که $D_{f \circ g} = \{x \in D_g, g(x) \in D_f\}$

$$\Rightarrow 1 \leq \log_7(x^2 + 2x) \leq 3 \Rightarrow 2 \leq x^2 + 2x \leq 8$$

$$\begin{cases} x^2 + 2x \leq 8 \Rightarrow (x+1)^2 \leq 9 \Rightarrow -3 \leq x+1 \leq 3 \Rightarrow -4 \leq x \leq 2 \\ x^2 + 2x \geq 2 \Rightarrow (x+1)^2 \geq 3 \Rightarrow \begin{cases} x+1 \geq \sqrt{3} \Rightarrow x \geq \sqrt{3}-1 \\ x+1 \leq -\sqrt{3} \Rightarrow x \leq -\sqrt{3}-1 \end{cases} \end{cases}$$

با توجه به تمام شرایط داریم:

$$D_{f \circ g} \begin{cases} x > 0 \Rightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq \sqrt{3}-1 \end{cases} \Rightarrow x \in [\sqrt{3}-1, 2] \\ x < -2 \Rightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ x \leq -\sqrt{3}-1 \end{cases} \Rightarrow x \in [-4, -\sqrt{3}-1] \end{cases} \Rightarrow D_{f \circ g} = [-4, -\sqrt{3}-1] \cup [\sqrt{3}-1, 2]$$

اعداد صحیح در دامنهٔ $f \circ g$ عبارتند از: $-4, -3, -2, -1$ پس تعداد اعداد صحیح در دامنهٔ $f \circ g$ ، ۴ تا است.

ایده یافتن دامنهٔ توابع رادیکالی و ترکیب آن با تعیین علامت عبارت درجه دوم در حل این تست، بسیار کمک کننده بپه‌های مازی بوده سر جلسه کنکور بوده...

دامنهٔ تغییرات تابع $f(x) = \log_6 \frac{1}{6 + \sqrt{|x|} - |x|}$ کدام است؟

(سوال ۱۱۲ کنکور سراسری ۱۴۰۰)

(۲) $(-4, 9)$

(۱) $(-9, 9)$

(۴) $(-4, 4)$

(۳) $(4, 9)$



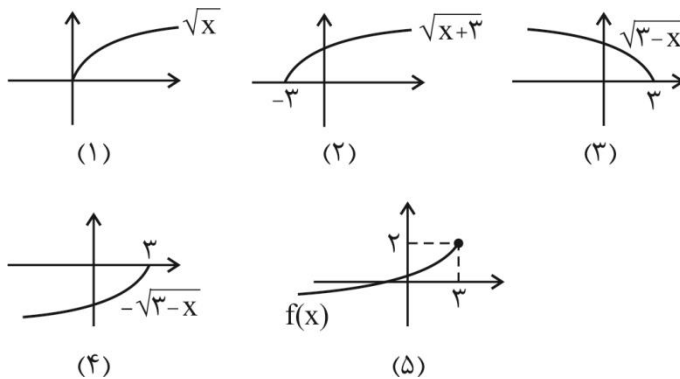
آزمون ۱۰ دوپینگ سوال ۸ و آزمون ۸ دوپینگ سوال ۱۱ و ۱۳

اگر $f(x) = 2 - \sqrt{3-x}$ ، نمودار تابع $y = 2 + f(x+k)$ به ازاء کدام مقدار k محور عرض‌ها را قطع نمی‌کند؟

- (۱) -۴ (۲) ۲ (۳) -۳ (۴) ۴

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا مرحله به مرحله نمودار $f(x) = 2 - \sqrt{3-x}$ را رسم می‌کنیم:



اگر بخواهیم $y = 2 + f(k+x)$ را با توجه به نمودار f رسم کنیم، اولاً ۲ واحد به بالا انتقال می‌دهیم و k واحد در راستای افقی قرار می‌دهیم اما دقت کنید، اگر $k < 0$ باشد، حتماً نمودار محور عرض‌ها را قطع می‌کند، پس باید $k > 3$ باشد تا محور عرض‌ها را قطع نکند.

نمودار $f(x) = \sqrt{6-x}$ را نسبت به خط $x=1$ بازتاب می‌کنیم و نمودار به دست آمده را $y = g(x)$ می‌نامیم. با کدام شرط نمودار $y = g(x-a)$ نمودار $y = f(x)$ را قطع نمی‌کند؟

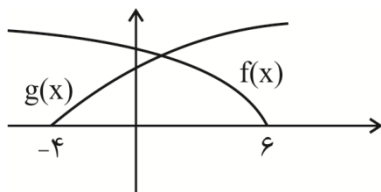
- (۱) $a < -12$ (۲) $-4 < a < 8$ (۳) $a > 10$ (۴) $-6 < a < 12$

پاسخ: گزینه ۳

نکته: برای آن که بازتاب $y = f(x)$ را نسبت به خط $x=k$ به دست آوریم، کافی است ضابطه $y = f(2k-x)$ را به دست آوریم. برای آن که نمودار $f(x) = \sqrt{6-x}$ را نسبت به خط $x=1$ بازتاب کنیم، کافی است به جای x در ضابطه آن $2-x$ قرار دهیم:

$$g(x) = \sqrt{6-(2-x)} \Rightarrow g(x) = \sqrt{x+4}$$

حال، نمودار f, g را در یک دستگاه رسم می‌کنیم:



برای آن که g نمودار f را قطع نکند، باید بیش از ۱۰ واحد نمودار تابع g را به سمت راست انتقال دهیم. پس: $a > 10$.

هرگاه f تابعی وارون پذیر باشد، به طوریکه $A(-1, 2)$ روی نمودار $y = f(x)$ باشد. در رسم نمودار $y = 3 - f^{-1}(5+x)$

از روی نمودار $y = f(x)$ نقطه A به کدام نقطه تبدیل می‌شود؟

- (۱) $(-3, 4)$ (۲) $(3, 4)$ (۳) $(2, 2)$ (۴) $(7, -1)$

پاسخ: گزینه ۱

چون $A(-1, 2)$ روی نمودار $y = f(x)$ است، پس $f(-1) = 2$ پس $A'(2, -1)$ روی نمودار f^{-1} است. کافی است ورودی f^{-1} را برابر ۲ و خروجی آن را -۱ قرار دهیم.

$$f^{-1}(2) = -1 \Rightarrow 2 + x = -1 \Rightarrow x = -3$$

$$y = 2 - (-1) = 3 \Rightarrow M \begin{vmatrix} -3 \\ 4 \end{vmatrix} \in 3 - f^{-1}(2 + x)$$

پس نقطه مورد نظر $(-3, 4)$ است.

در تست‌های ماز انتقال افقی و عمودی توابع رادیکالی به صورت پارامتری و تعیین نقاط برخورد آن با محورها از یک طرف و بررسی ترکیب تبدیلات با وارون تابع و ارتباط بین نقاط متناظر در تابع و وارون آن از طرف دیگر، باعث شده اوناایی که ماز امتحان دادن سوال زیر را به راحتی حل کنند!

نمودار منحنی $y = \sqrt{4-x}$ را k واحد در راستای قائم و $k-2$ واحد در جهت افقی چنان انتقال می‌دهیم که منحنی جدید وارون تابع خود را در نقطه‌ای با عرض ۱ قطع کند. سپس منحنی حاصل را ۱ واحد در راستای قائم به سمت پایین انتقال می‌دهیم. طول نقطه برخورد منحنی به دست آمده با محور x ها کدام است؟

(سوال ۱۱۳ کنکور سراسری ۱۴۰۰)

$$-3 \quad (2)$$

$$-4 \quad (1)$$

$$2 \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

آزمون ۴ دوپینگ سوال ۱۲ و ۶

هرگاه $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4 - a(-1)^{[x]} x}{x^2 - 1} = -\infty$ حدود a کدام است؟

$$|a| > 4 \quad (4)$$

$$|a| < 4 \quad (3)$$

$$a < -4 \quad (2)$$

$$a > 4 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

برای آنکه حد نامتناهی $-\infty$ شود باید حد چپ و حد راست هر دو $-\infty$ شوند، پس:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$$

چون مخرج مقداری بیشتر از صفر است (0^+) پس باید صورت عددی منفی باشد.

$$4 - a(-1) < 0 \Rightarrow a < -4$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \frac{4 - (-a)}{+} = -\infty \Rightarrow 4 + a < 0$$

به عبارتی پس $a < -4$ به همین ترتیب:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \frac{4 - a \times 1}{-} = -\infty \Rightarrow 4 - a > 0 \Rightarrow a < 4$$

پس برای اینکه هم شرط $a < 4$ و هم شرط $a < -4$ برقرار باشد، $a < -4$ خواهد بود.



شکل مقابل قسمتی از نمودار $y = \frac{f(x)}{2x^2 - 3x + 1}$ است، ضابطه $f(x)$ کدام گزینه می تواند باشد؟



$f(x) = 2 - (-1)^{[x]}$ (۲)

$f(x) = (-1)^{[x]}$ (۱)

$f(x) = (-1)^{[x]} - 3$ (۴)

$f(x) = (-1)^{[x+1]}$ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به نمودار $\lim_{x \rightarrow 1} y = +\infty$ پس حد چپ و راست را بررسی می کنیم.

$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x)}{(x-1)(2x-1)} = +\infty \Rightarrow f$ در همسایگی راست $x=1$ باید مثبت باشد.

$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x)}{(x-1)(2x-1)} = +\infty \Rightarrow f$ در همسایگی چپ $x=1$ باید منفی باشد.

تنها گزینه قابل قبول در این شرایط گزینه سوم است.

ترکیب سوالات مربوط به حد بی نهایت با تابع جزء صمیم را در آزمون ماژ شاگرد هستیم که کنکور ۳ ارزش تست اوامده...

مقدار $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{10x - 5 + \left[\frac{3}{x^2}\right]}{16x - \left[-\frac{2}{x^2}\right]}$ کدام است؟

(سوال ۱۱۷ کنکور سراسری ۱۴۰۰)

- (۱) $-\infty$ (۲) صفر (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $+\infty$

آزمون ۱۱ دوپینگ سوال ۳۴ و آزمون ۵ دوپینگ سوال ۱۸

فاصله خطوط مماس بر تابع $f(x) = x^3 - 6x^2 - k$ در نقاط اکسترمم نسبی کدام است؟

۳۳ (۴)

۳۱ (۳)

۳۰ (۲)

۳۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

ریشه های مشتق در این تابع طول نقاط اکسترمم نسبی است.

$f'(x) = 3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x = 0, 4$

x	$-\infty$	۰	۴	$+\infty$
f'		+	-	+
f	$-\infty$	$-k$	$-32-k$	

با توجه به جدول تغییرات نقطه $(0, -k)$ ماکزیمم نسبی و نقطه $(4, -32-k)$ مینیمم نسبی است. فاصله خطوط مماس در نقاط اکسترمم، قدر مطلق تفاضل عرض های اکسترمم های نسبی است.

$|(-k) - (-32-k)| = 32$



در تابع $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ اگر $M(1, 2)$ یکی از اکسترم‌های تابع و $A(0, 1)$ نقطه عطف آن باشد. مختصات اکسترم دیگر آن کدام است؟

- (۱) $(-1, 0)$ (۲) $(-1, -1)$ (۳) $(-2, 0)$ (۴) $(-2, -1)$

پاسخ: گزینه ۱

روش اول:

از آنجایی که نقطه عطف مرکز تقارن تابع است، پس این نقطه وسط \min و \max (اکسترم‌ها) قرار دارد، پس:

$$x_A = \frac{x_M + x_m}{2}, y_A = \frac{y_M + y_m}{2} \Rightarrow 0 = \frac{1 + x_m}{2} \Rightarrow x_m = -1$$

$$1 = \frac{2 + y_m}{2} \Rightarrow y_m = 0$$

روش دوم: اگر هدف یافتن پارامترها بود می‌توانستیم از این نکات استفاده کنیم:

الف) مختصات نقطه M باید در تابع صدق کند و طول نقطه M مشتق را باید صفر کند.

$$f(1) = 2, f'(1) = 0$$

ب) مختصات نقطه A باید در تابع صدق کند و طول نقطه A مشتق دوم را باید صفر کند.

$$f(0) = 1, f''(0) = 0$$

دو نکته بالا در مورد نقطه اکسترم و عطف هر تابع مشتق‌پذیر از مرتبه دوم برقرار است.

البته در حالت کلی می‌دانیم ریشه‌های $f'(x) = 0$ طول نقاط بحرانی هستند و اگر مشتق در این نقاط تغییر علامت دهند، تابع در این نقاط دارای اکسترم نسبی است.

x	α	x	α
f'	- 0 +	f'	+ 0 -
f	\swarrow min \searrow	f	\swarrow max \searrow

و اگر مشتق اول در این نقاط تغییر علامت ندهند، تابع در این نقاط عطف با مماس افقی دارد. مثلاً تابع $y = x^3$ در $x = 0$ این چنین است.

باز هم وبه مشترک تست ماز با کنکور، اونم استفاده از ایده ارتباط بین خطوط مماس موازی با اکسترم‌های نسبی... همین‌ا ایره پیدا کردن طول نقاط اکسترم نسبی تابع f در دومین سوال که قبلی از مازیا موقع کنکور از حل پنن سوالی احتمالاً کیف کردن!

فرض کنید A و B نقاط اکسترم تابع $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$ باشند. چند نقطه روی منحنی f وجود دارد که خطوط مماس بر آنها، موازی پاره خط AB است؟

(سوال ۱۲۴ کنکور سراسری ۱۴۰۰)

۱ (۲)

۱) صفر

۳ (۴)

۲ (۳)

آزمون ۹ دوپینگ سوال ۶

اگر $\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{10}{3}$ باشد، مقدار $\cos 4\alpha$ کدام است؟

- ۰/۲۸ (۱) ۰/۳۶ (۲) ۰/۴۲ (۳) ۰/۴۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

نکته:

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{2}{\sin 2\alpha} \Rightarrow \frac{2}{\sin 2\alpha} = \frac{10}{3} \Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{3}{5}$$

$$\cos 4\alpha = 1 - 2 \sin^2 2\alpha = 1 - 2 \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1 - \frac{18}{25} = \frac{7}{25} = 0/28$$

ایده استقاره از یافتن نسبت‌های مثلثاتی دو آلفا با وجود داشتن یکی از نسبت‌های مثلثاتی آلفا...

اگر $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1}{4}$ باشد، حاصل $\frac{\tan(\alpha) - \sin(\alpha)}{\sin(\alpha) - \cos(\alpha)}$ کدام است؟

(سوال ۱۰۵ کنکور سراسری ۱۴۰۰)

- $-\frac{16}{105}$ (۲) $-\frac{91}{105}$ (۱)
 $\frac{91}{105}$ (۴) $\frac{16}{105}$ (۳)

آزمون ۱ دوپینگ سوال ۳۵

اگر بدانیم $p \Rightarrow q$ نادرست است، آنگاه ارزش کدام گزاره نادرست است؟

- $\sim p \wedge \sim q$ (۴) $q \Leftrightarrow \sim p$ (۳) $p \vee q$ (۲) $q \Rightarrow p$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

نادرست بودن $p \Rightarrow q$ یعنی p گزاره‌ای با ارزش درست و q گزاره با ارزش نادرست است، پس:

p	q	۱) $q \Rightarrow p$	۲) $p \vee q$	۳) $q \Leftrightarrow \sim p$	۴) $\sim p \wedge \sim q$
د	ن	$د \Rightarrow د$	$د \vee ن$	$ن \Leftrightarrow د$	$د \wedge د$
		✓	✓	✓	✗



یک تیپ سوال که ما فیلی درماز به اون تاکید کردیم؛ از درست یا نادرست بودن یک ترکیب منطقی چه نتیجه‌ای میشه گرفت، بود که سوال کنکور ۳ ازش اومد

ارزش گزاره $P \Rightarrow (q \vee r)$ درست است. احتمال این که ارزش گزاره r نادرست باشد، کدام است؟ (سوال ۱۲۵ کنکور سراسری ۱۴۰۰)

$$\frac{2}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{4}{7} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{7} \quad (۱)$$

آزمون تعیین سطح دوپینگ سوال ۳۹

متمم مجموعه $(A-B) \cup (B-A)$ کدام است؟

$$(A'-B') \cap (B'-A') \quad (۲)$$

$$(A'-B) \cup (B-A') \quad (۱)$$

$$(B-A) \cap (A-B) \quad (۴)$$

$$(A'-B) \cup (B'-A) \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۱

راه حل اول:

$$((A-B) \cup (B-A))' = (A-B)' \cap (B-A)' =$$

$$(A \cap B')' \cap (B \cap A')' = (A' \cup B) \cap (B' \cup A) =$$

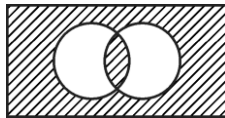
$$((A' \cup B) \cap B') \cup ((A' \cup B) \cap A) = ((A' \cap B') \cup (B \cap B')) \cup ((A' \cap A) \cup (B \cap A)) =$$

$$(A' \cap B') \cup (B \cap A) = (A'-B) \cup (B-A')$$

راه حل دوم: اگر $U = \{1, 2, 3, 4\}$ ، $A = \{1, 2\}$ و $B = \{1, 3\}$ فرض کنیم و در صورت سؤال و گزینه‌ها امتحان کنیم؛ صورت سؤال $\{1, 4\}$ می‌شود و گزینه ۱: $\{1, 4\}$ ، گزینه ۲: \emptyset ، گزینه ۳: $\{4\}$ و گزینه ۴: \emptyset می‌شود. پس فقط گزینه ۱ می‌تواند درست باشد.

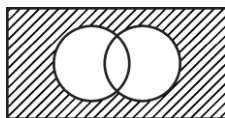
راه حل سوم: نمودار ون:

صورت سؤال



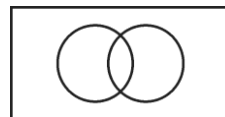
و گزینه ۱

گزینه ۳



گزینه ۲

و گزینه ۴



$(A-B) \cup (B-A)$ و مسابقت مربوط به اون درپند تا از سوال های ماز اومده که تو کنکور هم اومد، اونایی که حل به روش های مختلف سوال بالا را در پاسفنامه ی مفصل ما دیده بودند، هتما موقع پاسخ دادن به این سوال کلی کیف کردند.

فرض کنید $U = A \cup B$ مجموعه مرجع و $C = (A-B) \cup (B-A)$. اگر $(A'-B)' \cap C = B$ ، کدام عبارت درست است؟

(سوال ۱۲۶ کنکور سراسری ۱۴۰۰)

$$A - B \quad (۴)$$

$$A \subseteq B \quad (۳)$$

$$A \cap B = \emptyset \quad (۲)$$

$$B \subseteq A \quad (۱)$$

آزمون ۶ دوپینگ سوال ۳۱

باقی مانده تقسیم $\sum_{n=1}^{100} n!$ بر ۳۰ کدام است؟

$$۲۹ \quad (۴)$$

$$۳ \quad (۳)$$

$$۱ \quad (۲)$$

$$\text{صفر} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۳

$$\sum_{n=1}^{100} n! = 1! + 2! + 3! + 4! + 5! + \dots + 100!$$

نکته: اگر $n! \equiv 0$ و $k > 0$ آن گاه $(n+k)! \equiv 0$.

$$1! = 1 \equiv 1$$

$$2! = 2 \equiv 2$$

$$3! = 6 \equiv 6$$

$$\Rightarrow \sum_{n=1}^{100} n! \equiv 1 + 2 + 6 - 6 + 0 = 3$$

$$4! = 24 \equiv -6$$

$$5! = 120 \equiv 0 \rightarrow n > 5 \rightarrow n! \equiv 0$$

تجزیه $n!$ به عوامل تشکیل دهنده تو کتاب درسی نیست، ولی اونهایی که ماز امتحان دادن تو این سوال به این که $n!$ به پی بفش پذیره فکر کردن و در حل این سوال کنکور خیلی بهوشون کمک شده..

برای هر عدد طبیعی n داریم $n! = 2^a \times 3^b \times 5^c \times \dots$. مقدار $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$ به ازای $n=20$ کدام است؟

(سوال ۱۲۷ کنکور سراسری ۱۴۰۰)

۴۰ (۴)

۳۶ (۳)

۳۲ (۲)

۲۸ (۱)

آزمون ۴ دوپینگ ترکیب سوال‌های ۳۳ و ۳۵

X_1, X_2, \dots, X_{10} داده متمایز هستند، Q_3 کدام است؟

$$\frac{X_{76} + X_{77}}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{X_{75} + X_{76}}{2} \quad (۳)$$

$$X_{76} \quad (۲)$$

$$X_{75} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۴

Q_2 یا میانه، وقتی ۱۰۱ داده داریم؛ چون تعداد داده‌ها فرد است، داده وسطی می‌شود، یعنی $Q_2 = 51$. در واقع X_1, X_2, \dots, X_{50} داده نیمه اول داده‌ها هستند و X_{51}, \dots, X_{101} نیمه دوم داده‌ها هستند، Q_1 میانه X_1, X_2, \dots, X_{50} است و چون تعداد این داده‌ها زوج است، $Q_1 = \frac{X_{25} + X_{26}}{2}$ است. Q_3 میانه داده‌های $X_{51}, X_{52}, \dots, X_{101}$ است و چون تعداد این داده‌ها هم زوج (۵۰) است، Q_3 میانگین دو داده وسطی یا میانگین بیست و پنجمین داده و بیست و ششمین داده می‌شود، یعنی:

$$Q_3 = \frac{X_{76} + X_{77}}{2}$$

نکته ۱: مجموع اندیس‌های داده‌های اول و آخر با مجموع اندیس‌های ۲ داده وسطی در داده‌هایی که تعداد آنها زوج است، برابر است.

نکته ۲: مجموع اندیس‌های داده‌های اول و آخر با دو برابر اندیس داده وسطی در داده‌هایی که تعداد آنها فرد است، برابر است.

میانگین ۱۰ داده آماری زیر، ۱۶ است واریانس این داده‌ها کدام است؟

۱۲، ۱۴، ۱۳، ۱۱، ۱۷، ۱۸، ۲۰، ۲۰، ۱۶، x

۲/۵ (۴)

۱۰۰ (۳)

۲۵ (۲)

۱۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا به کمک میانگین داده‌ها، X را پیدا می‌کنیم.

مجموع اختلاف از میانگین‌ها را حساب می‌کنیم و مساوی صفر قرار می‌دهیم:

$$-4 + (-2) + (-3) + (-5) + 1 + 2 + 4 + 4 + \dots + X_1 = 0$$

$$X_1 = 3 \rightarrow X = 16 + X_1 = 19$$

برای به دست آوردن واریانس، میانگین مربع اختلاف از میانگین‌ها را حساب می‌کنیم، یعنی مجموع توان دوم اختلاف از میانگین‌ها را به فراوانی کل تقسیم می‌کنیم.

$$16 + 4 + 9 + 25 + 1 + 4 + 16 + 16 + \dots + 9 = 100$$

$$\sigma^2 = \frac{100}{10} = 10$$



میانه، پارک سوم، میانگین و واریانس در فیلی از سوال‌های ماز تکرار شد. تکیرمون فیلی به یا بود و سوال کنکور هم ارزش او بود.

در جدول فراوانی داده‌های زیر، مقدار میانه برابر $\frac{13}{5}$ و اختلاف چارک اول از سوم ۱۷ است. به هر یک از داده‌های جدول ۴ واحد اضافه می‌کنیم. واریانس جدول جدید، کدام است؟ (سوال ۱۲۸ کنکور سراسری ۱۴۰۰)

داده	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۲۸	۳۱	a
فراوانی	۳	۲	۶	۳	۲	۵	۱

۷۱ (۱)

۷۲ (۳)

آزمون ۱۹ دوپینگ سوال ۴۸

هفت برابر عدد طبیعی شش رقمی فرد \overline{abcabc} ، مربع کامل است، باقی‌مانده $\overline{ac}^{\overline{ca}}$ بر $2b$ کدام است؟

۱ (۴)

۳ (۳)

۵ (۲)

۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\overline{abcabc} = 1000 \cdot \overline{abc} + \overline{abc} = 1001 \cdot \overline{abc}$$

به یاد داشته باشید $1001 = 7 \times 11 \times 13$

$$7 \times \underbrace{1001}_{7 \times 11 \times 13} \cdot \overline{abc} = \text{مربع کامل} \rightarrow 7^2 \times 11 \times 13 \times \overline{abc} = \text{مربع کامل}$$

پس باید \overline{abc} ضربی از ۱۱ و ۱۳ باشد.

$$\overline{abc} = 11 \times 13 \times m^2 = 143 m^2$$

با توجه به این که \overline{abc} یک عدد سه رقمی است پس $m = 1$ یا $m = 2$ است. اگر $m = 2$ باشد \overline{abc} و در نتیجه \overline{abcabc} زوج می‌شود پس m فقط می‌تواند ۱ باشد.

$$m = 1 \rightarrow \overline{abc} = 143 \rightarrow a = 1, b = 4, c = 3$$

یعنی باید باقی‌مانده $\overline{ac}^{\overline{ca}} = 13^31$ را بر $2b = 8$ حساب کنیم.

نکته: باقی‌مانده عدد فرد X به توان عدد فرد Y بر 8 باقی‌مانده X بر 8 برابر است، یعنی:

$$13^31 \equiv 13^1 \equiv 5$$



چه موقع چند برابر یک عدد مربع کامله؟ از تمیزه اعداد و ارزش مکانی، یک تیپ سوال ممکنه مطرح بشه، که کی عددمون مربع کامله، فب ازش تو کنکور سوال اومده ما هم تو ماز ازش سوال ترکیبی داده بودیم.

تعداد اعداد پنج رقمی مضرب ۱۸ که مربع کامل هستند، کدام است؟ $(\sqrt{10} \cong 3/16)$

(سوال ۱۳۱ کنکور سراسری ۱۴۰۰)

۳۸ (۴)

۳۷ (۳)

۳۶ (۲)

۳۵ (۱)

آزمون ۶ دوپینگ سوال ۴۰

چند عدد دو رقمی \overline{ab} وجود دارد که $\overline{ab+ba}$ مربع کامل باشد؟

۱۱ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)

➕ پاسخ: گزینه ۲

$$\overline{ab+ba} = 10a+b+10b+a = 11a+11b = 11(a+b)$$

برای این که $11(a+b)$ مربع کامل باشد باید $a+b$ برابر ۱۱ باشد.

a	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
b	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲
\overline{ab}	۲۹	۳۸	۴۷	۵۶	۶۵	۷۴	۸۳	۹۲

۸ عدد با این ویژگی وجود دارد →

پیدا کردن عددهایی که به صورت \overline{abed} هستند و یک ویژگی فواص دارند وجه مشترک دیگری کنکور با چند تا سوال ماز بود.

میانگین بزرگترین و کوچکترین عدد سه رقمی به صورت \overline{aba} که مضرب عدد ۱۲ باشند، کدام است؟

(سوال ۱۳۳ کنکور سراسری ۱۴۰۰)

۵۷۴ (۴)

۵۷۰ (۳)

۵۴۰ (۲)

۳۴۸ (۱)

ترکیب آزمون ۶ دوپینگ سوال ۳۱ و آزمون ۷ دوپینگ سوال ۶

باقی مانده تقسیم $\sum_{n=1}^{100} n!$ بر ۳۰ کدام است؟

۲۹ (۴)

۳ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)



پاسخ: گزینه ۳

$$\sum_{n=1}^{100} n! = 1! + 2! + 3! + 4! + 5! + \dots + 100!$$

نکته: اگر $n! \equiv 0$ و $k > 0$ آن‌گاه $(n+k)! \equiv 0$.

$$1! = 1 \equiv 1$$

$$2! = 2 \equiv 2$$

$$3! = 6 \equiv 6$$

$$\Rightarrow \sum_{n=1}^{100} n! \equiv 1 + 2 + 6 - 6 + 0 = 3$$

$$4! = 24 \equiv -6$$

$$5! = 120 \equiv 0 \rightarrow n > 5 \rightarrow n! \equiv 0$$

باقی مانده تقسیم 7^{30} بر ۱۵ کدام است؟

۸ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$7 \equiv -8 \rightarrow (7)^{30} \equiv (-8)^{30} \equiv 8^{30} \equiv 2^{90}$$

یعنی باقی مانده 2^{90} بر ۱۵ با باقی مانده 7^{30} بر ۱۵ برابر است.

$$(2^4)^{15} \equiv 1 \rightarrow (2^4)^{22} \equiv 1^{22} \rightarrow 2^{88} \equiv 1 \xrightarrow{\times 4} 2^{92} \equiv 4$$

(امتحان نهایی - خرداد ۹۹)

باقیمانده یک عدد توان‌دار بر ۱۵ و پیدا کردن عدد فاکتوریل‌داری که به یک عدد دیگر بخش پذیره، بین دو تا سوال ماز تقسیم شده بوده که در کنگور ترکیب این دو تا اومد.

اگر m بزرگترین عدد طبیعی باشد که $36 \equiv (10-m)!$ ، آنگاه باقیمانده تقسیم m^{123} بر ۱۵، کدام است؟

(سوال ۱۳۵ کنگور سراسری ۱۴۰۰)

۶ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



آزمون ۳ دوپینگ سوال ۳۵

در جعبه اول ۸ مهره سفید و ۲ مهره سیاه داریم و در جعبه دوم ۱ مهره سفید و ۳ مهره سیاه داریم. یک مهره از جعبه اول برمی داریم و در جعبه دوم قرار می دهیم. حال از جعبه دوم سه مهره برمی داریم. با کدام احتمال لااقل یکی از این سه مهره، سفید است؟

$$\frac{21}{25} \quad (4)$$

$$\frac{13}{15} \quad (3)$$

$$\frac{7}{10} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

جابه جایی سفید: $\frac{8}{10}$

سیاه ۳
سفید ۲
ظرف دوم

$$1 - \frac{\binom{3}{3}}{\binom{5}{3}} = \frac{9}{10}$$

جابه جایی سیاه: $\frac{2}{10}$

سیاه ۴
سفید ۱
ظرف دوم

$$1 - \frac{\binom{4}{3}}{\binom{5}{3}} = \frac{6}{10}$$

$$\rightarrow \frac{8}{10} \times \frac{9}{10} + \frac{2}{10} \times \frac{6}{10} = \frac{84}{100}$$

تمرین: در جعبه اول ۶ مهره سفید و ۳ مهره سیاه و در جعبه دوم ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه قرار دارند. از جعبه اول یک مهره به دلخواه خارج و در جعبه دوم می اندازیم. سپس دو مهره از جعبه دوم بیرون می آوریم. با کدام احتمال، لااقل یکی از این دو مهره، سفید است؟ (خارج - ۹۹)

$$\frac{23}{37} \quad (4)$$

$$\frac{38}{45} \quad (3)$$

$$\frac{34}{45} \quad (2)$$

$$\frac{20}{27} \quad (1)$$

بابایی یک مهره از یک ظرف به ظرف دیگر و قاعده احتمال کل... هم در ماز و هم در کنکور

در ظرف اول ۳ مهره آبی و ۶ مهره قرمز و در ظرف دوم ۴ مهره آبی و ۵ مهره قرمز قرار دارند، دو تاس پرتاب می کنیم، اگر مجموع اعداد رو شده بیشتر از ۹ باشد، به تصادف از ظرف اول یک مهره خارج کرده در ظرف دوم می اندازیم. در غیر این صورت از ظرف دوم یک مهره برآورده و به ظرف اول اضافه می کنیم. اکنون یک مهره از ظرف با مهره بیشتر انتخاب می کنیم، احتمال اینکه مهره قرمز باشد، کدام است؟

(سوال ۱۳۶ کنکور سراسری ۱۴۰۰)

$$\frac{180}{270} \quad (4)$$

$$\frac{173}{270} \quad (3)$$

$$\frac{135}{270} \quad (2)$$

$$\frac{157}{270} \quad (1)$$

آزمون ۷ دوپینگ سوال ۱۷

تعداد جواب‌های طبیعی معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10$ کدام است؟

۸۳ (۴)

۶۳ (۳)

۴۱ (۲)

۳۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$x_4 = 1 \rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 9 \rightarrow \binom{9}{2} = 28$$

$$x_4 = 2 \rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 8 \rightarrow \binom{8}{2} = 28$$

$$x_4 = 3 \rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 7 \rightarrow \text{امکان ندارد}$$

$$x_4 \geq 4 \rightarrow \text{امکان ندارد}$$

تعداد جواب‌های معادله سیاله‌ای که یک متغیر غیرعادی دارد و باید به آن متغیر مقدار داد، در هر دو سوال ماز و کنکور باید به متغیر چهارم عدد بدیم و حالت‌ها را بررسی کنیم.

تعداد جواب‌های صحیح نامنفی معادله $x_1 + x_2 + x_3 = \frac{10}{x_4}$ کدام است؟

(سوال ۱۳۷ کنکور سراسری ۱۴۰۰)

۹۶ (۴)

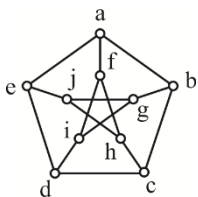
۸۱ (۳)

۷۲ (۲)

۶۰ (۱)

آزمون ۷ دوپینگ سوال ۱۲

کدام یک از گزینه‌ها یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال گراف مقابل نیست؟

(۱) $\{f, b, e\}$ (۲) $\{a, b, j, g, e\}$ (۳) $\{c, e, g, f\}$ (۴) $\{b, e, g, h, j\}$

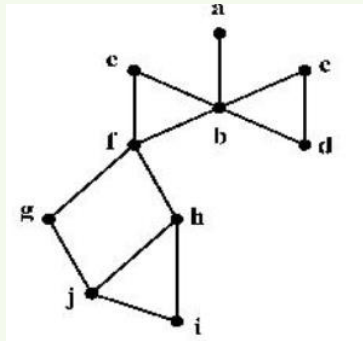
پاسخ: گزینه ۴

هر ۴ گزینه مجموعه احاطه‌گر هستند، ولی ۴ مینیمال نیست و با حذف j, b باز هم $\{e, g, h\}$ احاطه‌گر می‌باشد.

کدام مجموعه احاطه‌گر مینیمال است؟ هم د رماز و هم در کنکور...



(سوال ۱۴۰ کنکور سراسری ۱۴۰۰)



در گراف زیر، مجموعه احاطه‌گر مینیمال، کدام است؟

 $\{b, g, i\}$ (۲) $\{b, h\}$ (۱) $\{a, c, f, j\}$ (۴) $\{a, c, h\}$ (۳)